

Karta pracy do doświadczeń

UWAGA: Pola z poleceniami zapisanymi niebieską czcionką i ramkami z przerywaną linią – wypełniają uczniowie uczestniczący w zajęciach.

A. Temat – w formie pytania badawczego lub problemowego, na które ma dać odpowiedź doświadczenie

Program badawczy - poszukiwanie liczb pierwszych za pomocą komputera. Jak poszukiwać liczb pierwszych?

B. Podstawowe pojęcia

- liczba pierwsza,
- liczba złożona,
- dzielnik,
- podzielność liczb naturalnych.

C. Hipoteza – Odpowiedź na pytanie badawcze

D. Opis doświadczenia

Celem doświadczenia jest sprawdzenie – zweryfikowanie poprawności twojej odpowiedzi na pytanie badawcze lub problemowe.

D.1. Instrukcja do doświadczenia (podkreśl materiały i przyrządy, nie zapomnij o BHP)

Instrukcja:

Celem waszej aktywności będzie prześledzenie i zrozumienie sposobu tworzenia i modyfikacji algorytmu pozwalającego sprawdzać, z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego, czy dana liczba jest pierwsza. Kolejne, począwszy od drugiej, instrukcje, z wykorzystaniem których zbudujecie



narzędzie badawcze, pojawić się będą w tekście wiodącym – rozprawce traktującej o badaniach pewnego zespołu klasowego.

Zadanie A:

1. Spróbujcie w parach odpowiedzieć na pytanie „Czy liczba 1361 jest pierwsza?” (to pytanie stanowić będzie wstęp do naszych badań nad algorytmizacją problemu: „Czy dana liczba jest pierwsza?”). Postawcie własną hipotezę i spróbujcie sprawdzić, pracując w parach, czy Wam się uda ją zweryfikować w ciągu dwóch minut

Jak zauważyliście, nie jest łatwo zbadać czy liczba jest pierwsza, gdy jest ona stosunkowo duża. Dlatego współcześnie wykorzystuje się do tych badań komputery. Postaramy się także prześledzić i wykorzystać sprawozdanie z badań, których podjęła się wcześniej jedna z klas gimnazjalnych. Będziemy korzystać z fragmentów tekstu matematycznego – opisu badań nad algorytmem, który pozwala skutecznie sprawdzać czy liczby są pierwsze. Opracowanie tego algorytmu stanowić będzie klucz do rozwiązania problemu. Za pomocą stworzonego algorytmu chcemy badać, czy są pierwsze liczby z zakresu do 10 000.

2. Wykorzystajcie pomysł Marka; wykonajcie (w zespołach 4 osobowych) w arkuszu kalkulacyjnym narzędzie do badania, czy liczba jest pierwsza wg instrukcji 2a-g:

(jeśli mamy dostatecznie dużo komputerów do dyspozycji możemy pracować w parach, ale dyskusje warto prowadzić organizując je w zespoły 4 osobowe)

W komórkę A2 wpisz liczbę badaną (tu 1361)

	A	
2	1361	
3		

W komórkę A3 wpisz liczbę 2 (pierwszy potencjalny dzielnik właściwy)

	A	
2	1361	
3	2	



Wypełnij wiersz trzeci serią danych o początkowej wartości 2 (A3) - krokiem 1, aż do wartości końcowej 1360

W komórkę A4 wpisz formułę: „= \$A2/A3”, która obliczy iloraz 1361/2

	A	B	C
2	1361	2	
3	2	3	4
4	= \$A2/A3		

Rozszerz formułę w wierszu czwartym, tak by otrzymać ilorazy liczby 1361 przez kolejne dzielniki naturalne z wiersza trzeciego (wykorzystaj lewy klawisz myszy)

	A	B	C
2	1361	2	
3	2	3	4
4	680.5	453.667	

- Sprawdź czy otrzymałeś choć jeden iloraz naturalny (wówczas liczba 1361 nie byłaby pierwsza)
- Odpowiedz na pytanie badawcze - zweryfikuj swoją hipotezę (należy sprawdzić, czy wszystkim zespołom powiodło się badanie - ewentualnie udzielić pomocy technicznej - śledząc na bieżąco jak uczniowie radzą sobie z wykonywaniem instrukcji)

3. Z którym ze stwierdzeń koleżanek i kolegów Marka się zgodzicie - przedyskutujcie to w swoich zespołach (4-osobowych):

- Trudno było prowadzić obserwację dotyczącą podzielności, bo dzielników jest bardzo dużo
- Wystarczy ustawić potencjalne dzielniki do 680 (Uzasadnienie: 681 to ponad połowa liczby 1361, a przecież gdyby 1361 dzieliła się przez 681, to dzieliła by się - wcześniej, także przez iloraz tego dzielenia, czyli przez liczbę 1361/681. Ponieważ 681 to ponad połowa 1361, więc $1361/681 < 2$, a mniejszy od 2 dzielnik właściwy nie istnieje).

(runda podsumowująca na forum klasy - szczególnie trzeba sprawdzić, czy uczniowie zrozumieli uzasadnienie z punktu b)

4. Zapoznajcie się z uwagami Joli.

Jola stwierdziła, że arkusz można jeszcze uprościć powołując się na następujące rozumowanie. Gdyby istniały liczby, przez które dzieli się 1361 to największą z nich można oznaczyć jako a . Wynik dzielenia $1361:a$ - oznaczmy b .

$1361:a = b$, więc i $1361:b = a$.

Liczba b może być co najwyżej równa a .

W tym przypadku byłoby: $1361:a = a$.

Wniosek Joli: Wystarczy szukać potencjalnych dzielników liczby 1361 do liczby 36.

5. Przedyskutujcie w zespołach, czy rozumowanie Joli jest poprawne.

(runda podsumowująca na forum klasy - sprawdzamy czy uczniowie zrozumieli rozumowanie Joli - można wykorzystać system świateł i nie przechodzić do kolejnego etapu bez pewności, że ten został zrozumiany przez wszystkich).

6. Zapoznajcie się teraz z propozycją Anny.

Dla każdej liczby złożonej istnieje dokładnie jeden rozkład na czynniki pierwsze. Nie musimy sprawdzać podzielności przez liczby złożone, bo badana liczba jeśli jest podzielna przez liczbę złożoną, to musi się też dzielić przez jej dzielniki pierwsze.

Wniosek Anny: Wystarczy więc, byśmy wybrali do badania liczby pierwsze mniejsze od 36 - jako potencjalne dzielniki.

7. Czy argumentacja Anny jest słuszna - przedyskutujcie to w swych grupach.

(runda podsumowująca na forum klasy - sprawdzić czy wszyscy rozumieją argumentację. W trakcie podsumowania należy doprowadzić do konkluzji, że aby zbadać, czy liczba x jest pierwsza wystarczy zbadać czy dzieli się przez dzielniki pierwsze nie większe od. Zapowiadamy, że dalszą część badań warto rozpocząć od modyfikacji - uproszczenia algorytmu).

Zadanie B:

Udało nam się zoptymalizować algorytm, za pomocą którego da się badać, czy liczby są pierwsze. Kolejnym naszym celem jest zbudowanie docelowego narzędzia komputerowego (zmodyfikowanie arkusza kalkulacyjnego, którego pierwotną ideę przedstawił Marek). Chcemy, z jego pomocą, badać liczby nie przekraczające 10 000, w celu określenia, czy są pierwsze. Wykonywać będziecie zatem kolejne etapy instrukcji naszego doświadczenia.

8. Z jakiego zakresu należy wybrać liczby pierwsze, by gwarantowały takie badanie we wskazanym zakresie? Zastanówcie się indywidualnie, a następnie skonfrontujcie swoje ustalenie z uczestnikami własnej grupy

(na forum klasy należy ustalić, że muszą to być liczby pierwsze z pierwszej setki, bo $\sqrt{10000}=100$).



9. Do poszukiwania liczb pierwszych w pierwszej setce liczb naturalnych wykorzystacie algorytm zwany „Sitem Eratostenesa”. Wykonajcie kolejne kroki doświadczenia (algorytm Eratostenesa).
- W poniższej tabeli znajdują się liczby od 1 do 100. Wykreśl jedynkę, bo nie posiada dwóch różnych dzielników naturalnych, czyli nie może być pierwsza.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Pierwszą liczbą pierwszą jest oczywiście dwójka i ją zostawiamy, natomiast wykreślamy wszystkie jej wielokrotności, bo dzieliłyby się nie tylko przez jeden i samą siebie, ale również przez 2.
- Zostawiamy kolejną najmniejszą, nie skreśloną liczbę, a następnie wykreślimy wszystkie jej wielokrotności - z tych samych powodów jakie wskazano dla liczby 2.
- Instrukcję z poprzedniego podpunktu powtarzamy aż do wyczerpania liczb.

(wynotowujemy na tablicy liczby, które pozostały na Sicie - zbiór dzielników pierwszych z pierwszej setki liczb naturalnych)

10. Zmodyfikujemy teraz nasz arkusz. W wiersz B wpisujemy tylko dzielniki, które pozostały „na Sicie” - nie skreślane liczby z tabeli. Pozostałe komórki w wierszu B i odpowiadające im - w wierszu C - czyścimy.

11. Testujemy działanie arkusza spisując swoje uwagi.

(na forum omawiamy uwagi grupy z testowania arkusza - przedyskutować należy co najmniej spostrzeżenie nadmiarowości potencjalnych dzielników dla mniejszych liczb)



D.2. Zmienne występujące w doświadczeniu

1. Jaką zmienną/wielkość będziemy zmieniać? (zmienna niezależna)

- potencjalne dzielniki badanej liczby,

2. Jaką zmienną/wielkość będziemy mierzyć – obserwować? (zmienna zależna)

- iloraz badanej liczby przez zmienną niezależną,

3. Czego w naszym eksperymencie nie będziemy zmieniać? (zmienne kontrolne)

- na każdym etapie modyfikacji algorytmu (kolejne wersje doświadczenia) stała jest zasada orzekania – jeśli otrzymamy choć jeden dzielnik naturalny, to liczba nie jest pierwsza.

Nie zawsze wypełniamy wszystkie **trzy** punkty; np. w niektórych obserwacjach punkt 1. może być pominięty.

D.3. Odnośniki literaturowe

http://pl.wikipedia.org/wiki/Liczba_pierwsza

D.4. Uczniowska dokumentacja doświadczenia (wyniki pomiarów, tabelki, rysunki, obliczenia)





KAPITAŁ LUDZKI
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



UNIA EUROPEJSKA
EUROPEJSKI
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Fundacja Centrum Edukacji Obywatelskiej, ul. Noakowskiego 10, 00-666 Warszawa, e-mail: ceo@ceo.org.pl;
Akademia uczniowska, Tel. 22 825 04 96, e-mail: au@ceo.org.pl; więcej informacji: www.akademiauczniowska.pl

7

CEO
CENTRUM EDUKACJI OBYWATELSKIEJ



POLSKO-AMERYKAŃSKA
FUNDACJA WOLNOŚCI



Program współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego, Priorytet III: Wysoka jakość systemu oświaty.

Program realizowany przez Fundację Centrum Edukacji Obywatelskiej we współpracy z partnerami: Międzynarodowym Instytutem Biologii Molekularnej i Komórkowej oraz Polsko-Amerykańską Fundacją Wolności; wdrażany przez Instytucję Pośredniczącą II stopnia w Ośrodku Rozwoju Edukacji.



E. Wnioski z doświadczenia

Czy wyniki doświadczenia są zgodne z hipotezą?

TAK

NIE

Wypowiedź uzasadnij.

F. Podsumowanie

Nauczyłam / Nauczyłem się, że:

Wybierz, co najmniej jedno ze zdań i dokończ je:

1. Zaciekało mnie

.....

2. Udało mi się

.....

3. Chciałabym/ Chciałbym wiedzieć więcej

.....

4. Zauważyłam/ Zauważyłem również

.....

G. Praca domowa

Dodatkowe komentarze dla osób pragnących skorzystać z waszego pomysłu na doświadczenie.

