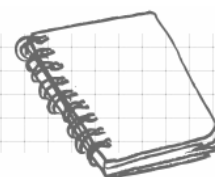




*Wśród prostokątów o jednakowym obwodzie największe pole ma kwadrat. Scenariusz zajęć z pytaniem problemowym dla gimnazjalistów.*

WIADOMOŚCI OGÓLNE



- Czas trwania zajęć: 45 minut
- Potencjalne pytania badawcze:
  1. Jaki prostokąt o danym obwodzie będzie miał największe pole?
  2. Jak uzasadnić hipotezę?
- Określenie wiedzy i umiejętności wymaganej u uczniów przed przystąpieniem do realizacji zajęć:

Ponieważ zajęcia z pytaniem problemowym przeznaczone są dla gimnazjalistów, więc uczniowie posiadają wiedzę dotyczącą obliczania pola i obwodu prostokąta. Z umiejętności nabytych w gimnazjum powinni umieć mnożyć proste sumy algebraiczne i rozwiązywać równania metodą równań równoważnych.

- Cele osiągnięte z wykorzystaniem doświadczenia:
  1. nauczyciela:
    - umożliwienie uczniom odkrycia prawidłowości, że: „wśród prostokątów o jednakowym obwodzie największe pole ma kwadrat,





- zapoznanie z przykładem pełnego, poprawnego rozumowania matematycznego uzasadniającego (dowód nie wprost) intuicję wynikającą z doświadczenia – sformułowaną w postaci hipotezy.

2. uczniów:

- uczeń będzie wiedział, że wśród prostokątów o jednakowym obwodzie największe pole ma kwadrat,
- uczeń będzie rozumiał, że doświadczenie matematyczne nie zawsze jest pełnym uzasadnieniem dla odkrytej prawidłowości,
- pozna przykład prawidłowego uzasadnienia matematycznego postawionej hipotezy,
- przeprowadzi dowód (nie wprost) wg zamieszczonej instrukcji - rozumowania.

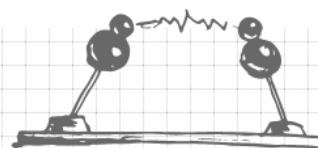
■ **Pojęcia kluczowe:**

- pole i obwód prostokąta,
- równania równoważne,
- przekształcenia prowadzące do równań równoważnych.

■ **Hipoteza sformułowana przez uczniów:**

1. „Kiedy prostokąt jest kwadratem” (lub równoważna – kiedy boki prostokąta są równej długości).

## DOŚWIADCZENIE



■ **Zmienne występujące w doświadczeniu:**

- zmienna niezależna: długości boków prostokąta,
- zmienna zależna: pole prostokąta,
- zmienna kontrolna: obwód prostokąta.



■ Instrukcja wykonania doświadczenia:

Zadanie A

Opis doświadczenia podany został w postaci szczegółowej instrukcji dla ucznia z uwagami dla i od nauczyciela – skierowanymi do uczniów. Można więc wykorzystać ją wraz z propozycją dokumentowania - przy tworzeniu karty pracy dla zajęć z pytaniem problemowym.

1. Uzupełnij tabelę pokazującą jak zmienia się pole przykładowego prostokąta o bokach a i b (obwód prostokąta jest stały – wynosi 16 cm, więc  $a + b = 8$ )

a	1	2	3	4	5	6	7
b	7						
$P=a \cdot b$	7						

2. Zaobserwuj jak zmiana długości boków wpływa na zmianę pola prostokąta.
3. Kiedy, twoim zdaniem, prostokąt o danym obwodzie będzie miał największe pole (patrz punkt Hipoteza stawiana przez uczniów).
4. Zapoznaj się z informacją nauczyciela.
5. Załóżmy, że kwadrat o boku a nie jest największym prostokątem o obwodzie  $4a$ . Istnieje więc prostokąt, o różnych bokach x i y, o większym polu.  
Zapisz równanie, określające, że obwód tego prostokąta równy jest obwodowi naszego kwadratu.
6. Przeczytaj polecenie na fiszce i odpowiedz. Wyniki podane są na oddzielnej kartce zgodnie z oznaczeniami.
7. Zapisz powyższy warunek w postaci prostszego równania równoważnego i sprawdź poprawność przekształceń..



8. Ustalmy, że  $x$  jest krótszym, a  $y$  – dłuższym bokiem prostokąta. Zapisz w postaci równania, że bok o długości  $x$  jest o  $z$  krótszy od  $a$ , gdzie  $0 < z < a$ . Sprawdź poprawność. Wyniki podane są na oddzielnej kartce zgodnie z oznaczeniami.
9. Do równania z punktu 7 wstaw za  $x$  to co otrzymałeś w punkcie 8. Sprawdź poprawność. Wyniki podane są na oddzielnej kartce zgodnie z oznaczeniami.
10. Przekształć równanie 9 na prostsze równoważne mu i sprawdź poprawność. Wyniki podane są na oddzielnej kartce zgodnie z oznaczeniami
11. Wyznacz  $y$  z równania 10. Sprawdź poprawność. Wyniki podane są na oddzielnej kartce zgodnie z oznaczeniami.
12. Zapisz wyrażenie algebraiczne określające pole prostokąta o bokach  $x$  i  $y$  uwzględniając zależności wyznaczone w punktach 8 i 11. Sprawdź poprawność. Wyniki podane są na oddzielnej kartce zgodnie z oznaczeniami.
13. Przekształć wyrażenie do najprostszej postaci mnożąc sumy algebraiczne i redukując wyrazy podobne. Sprawdź, czy wykonałeś poprawnie przekształcenia.
14. Porównaj pola kwadratu o boku  $a$  i prostokąta o bokach  $x$  i  $y$  wstawiając właściwą relację „<”, „>” bądź „=” pomiędzy wyrażenia określające ich pola  $a^2$  ....  $x \cdot y$ .
15. Uzasadnij, dlaczego tak uznałeś. Przedyskutujcie w parach swoje uzasadnienia i zapiszcie wspólne na oddzielnej kartce.

#### ■ Podsumowania doświadczenia:

W ramach podsumowania doświadczenia można zaproponować uczniom, by w parach przedyskutowali pomysł na doświadczalne rozwiązanie problemu : Który z wielokątów o danym obwodzie ma największe pole: trójkąt równoboczny, kwadrat, czy sześciokąt foremny?

Uczniowie powinni zastanowić się nad dwoma etapami doświadczenia:

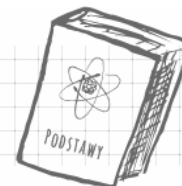
1. Jak zaplanować doświadczenie dla obwodu wyrażonego konkretną liczbą.
2. Jak przeprowadzić uzasadnienie ogólne.





Pomysły uczniów należy zinwentaryzować (np. zapisywać na tablicy) i przedyskutować – ocenić czy z ich wykorzystaniem można otrzymać odpowiedź na pytanie problemowe. Takie podsumowanie może być wstępem umożliwiającym samodzielne zaplanowanie i wykonanie doświadczenia.

## PODSTAWA PROGRAMOWA



■ Cele, które zostaną osiągnięte w wyniku przeprowadzenia doświadczenia przez nauczyciela i uczniów pod kierunkiem nauczyciela:

### a) wymagania ogólne – cele

- V Rozumowanie i argumentacja: uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.
- I Wykorzystanie i tworzenie informacji: uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- II Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji: uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

### b) wymagania szczegółowe - treści nauczania

- 6 Wyrażenia algebraiczne: 1) uczeń opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami; 5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne; 7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.
- 7 Równania: 1) uczeń zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi; 3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą; 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.





## BIBLIOGRAFIA



Ponieważ przygotowując scenariusz nie korzystałem z żadnej konkretnej inspiracji nie przywołuję tu pozycji w zakresie literatury. Uczniowie przygotowując swoje doświadczenie mogą korzystać np. z podręcznika do matematyki:

1. Matematyka 3. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2011. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej.

