



## Pomiar pól wielokątów nieregularnych w terenie.

### WIADOMOŚCI OGÓLNE



■ Czas trwania zajęć: 45 minut

■ Kontekst w jakim wprowadzono doświadczenie:

Pierwsza część zajęć odbywa się w terenie (boisko szkolne lub inny teren o nieutwardzonej powierzchni) za pomocą 4x4 palików i 4 sznurków o długości np. 10 m (związane końce), cztery grupy uczniów rozpinają własne czworokąty, które nie są trapezami, starając się uzyskać czworokąt o możliwie największym polu. Nauczyciel sprawdza, czy ten warunek został spełniony.

■ Potencjalne pytania badawcze:

1. Której grupie, twoim zdaniem, udało się zbudować czworokąt o największym polu ?

■ Określenie wiedzy i umiejętności wymaganej u uczniów przed przystąpieniem do realizacji zajęć:

Uczniowie znają wzory na pola trójkąta i czworokątów, znają pojęcie skali i potrafią obliczać długości odcinków w skali, potrafią konstruować trójkąt o danych bokach. Potrafią kreślić wysokość w trójkącie z użyciem ekierki. Znają jednostki długości i jednostki pola. Potrafią wykonywać pomiary i zaokrąglać ich wyniki z podaną dokładnością.

■ Cele osiągnięte z wykorzystaniem doświadczenia:

1. nauczyciela:

- zapoznanie uczniów ze sposobem obliczania pól wielokątów, gdy nie można skorzystać z gotowych wzorów na ich pola (pole figury złożonej z części),





- wykorzystanie wcześniej zdobytych przez uczniów: wiedzy i umiejętności matematycznych do rozwiązywania problemów praktycznych.

## 2. uczniów:

- uczeń pozna praktyczny sposób na określenie pola czworokąta, który nie jest trapezem i będzie mógł go wykorzystać jako metodę dla określania pól dowolnych wielokątów,
- uczeń będzie umiał uzasadnić dlaczego nie wszystkie pomiary wykonane zostały w terenie.

### ■ Pojęcia kluczowe:

- wysokość trójkąta,
- pole trójkąta,
- jednostki pola,
- skala, konstrukcja trójkąta o danych bokach,
- pole wielokąta złożonego z części.

### ■ Hipoteza sformułowana przez uczniów:

1. Uczniowie na podstawie obserwacji stawiają hipotezy i wskazują, której grupie udało się zbudować czworokąt o największym polu. Możliwe jest uznanie, że największe pole osiągnęła więcej niż jedna grupa (ich czworokąty mają największe, równe sobie pola). Hipotezę zaleca się formułować indywidualnie (bez ustalania w ramach grup).

### ■ Potrzebne materiały, przyrządy:

- 16 palików i młotek/4młotki do ich wbijania,
- około 40 m nie rozciągliwego sznurka lub 4 jednakowe kawałki, które po związaniu końców pozwalają uzyskać czworokąt o obwodzie 10 m (propozycja autora – możliwość modyfikacji),
- cztery taśmy miernicze o długości 5 metrów,
- przyrządy do kreśleń i pomiarów: cyrkiel, linijka, ekierka.

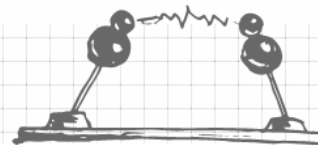
### ■ Uwagi dotyczące BHP:

Należy wybrać obszar do rozpinania czworokątów, który nie zagraża spokojnej pracy uczniów. Szczególną ostrożność należy zachować przy wbijaniu palików (wybrać teren, który to umożliwi).



Należy stosować zasady dotyczące organizacji wycieczek obowiązujące w szkole, jeśli opuszczamy jej teren.

## DOŚWIADCZENIE



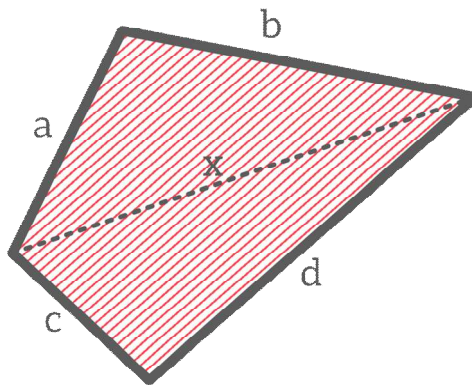
### ■ Zmienne występujące w doświadczeniu:

- zmienna niezależna: kształt czworokąta,
- zmienna zależna: pole czworokąta,
- zmienna kontrolna: obwód czworokąta.

### ■ Instrukcja wykonania doświadczenia:

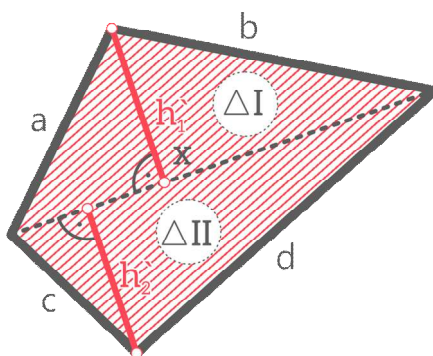
#### Zadanie A

1. Narysujcie schemat czworokąta rozpiętego w terenie wg poniższego wzoru i zmierzcie wskazane odcinki  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $x$  (starajcie się oddać przybliżony kształt waszego czworokąta).



2. Zmierzcie odcinki  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $x$  z dokładnością do 1 dm i wpiszcie je do tabeli 1. Uwaga! Sprawdźcie, czy  $a + b + c + d = 10$ m. Jeśli nie, to dokonajcie korekty pomiarów i/lub niezbędnego zaokrąglenia.
3. Obliczcie długości odcinków w skali 1:100 i wpiszcie do tabeli 1. Sprawdźcie, czy  $a' + b' + c' + d' = 10$  cm

- Narysujcie w zeszycie z dokładnością do 1 mm odcinki  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ .
- Skonstruujcie trójkąt I o bokach  $x'$ ,  $a'$ ,  $b'$ , a następnie „dobudujcie” konstrukcyjnie trójkąt II o bokach  $x'$ ,  $c'$ ,  $d'$  tak, by powstał czworokąt o bokach  $a'$ ,  $b'$ ,  $c'$ ,  $d'$ , będący obrazem (w skali 1:100) waszego czworokąta rozpiętego w terenie.
- Za pomocą linijki i ekerki wykreślcie wysokości  $h_1'$  i  $h_2'$  odpowiednio w trójkątach I i II według poniższego schematu:



- Zmierzcie z dokładnością do 1 mm wysokości  $h_1'$  i  $h_2'$ , a następnie wpiszcie do tabeli 1.
- Obliczcie rzeczywiste wymiary wysokości tzn.  $h_1$  i  $h_2$  i wpiszcie do tabeli 1.
- Obliczcie pole trójkąta o bokach  $a$ ,  $b$ ,  $x$ , wg wzoru  $P_1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot h_1$ , a następnie trójkąta o bokach  $c$ ,  $d$ ,  $x$  wg wzoru:  $P_2 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot h_2$ . Wyniki obliczeń wpiszcie do tabeli 1.
- Obliczcie pole waszego czworokąta dodając pola trójkątów:  $P_\diamond = P_1 + P_2$ . Wynik obliczenia do tabeli 1.

#### ■ Podsumowania doświadczenia:

Grupy przedstawiają wyniki swoich doświadczeń (nauczyciel w trakcie pracy śledzi i sprawdza poprawność wykonywania doświadczenia, by nie otrzymali złych wyników – w razie potrzeby udziela wskazówek) Indywidualnie weryfikowane są hipotezy. Ogłaszamy, której grupie udało się zbudować największy wielokąt.

Uczniowie dyskutują w parach dlaczego w doświadczeniu zaproponowano podział czworokątów na dwa trójkąty, a nie np. na trapez i trójkąt. Następnie przedstawiają swoje uzasadnienia i następuje



krótkie podsumowanie uczniowskich wniosków na forum całej klasy. Nauczyciel dba o to, by jednym z istotnych argumentów była trudność z wyznaczeniem prostych równoległych w terenie. Następnie, w innych parach należy przedyskutować dlaczego nie mierzono wysokości trójkątów w terenie i ponownie omówić na forum klasy wypracowane wnioski.

Jako ćwiczenie utrwalające można zaproponować uczniom pracę domową polegającą na narysowaniu dowolnego pięciokąta i obliczenia jego pola przez podział na dowolne wielokąty. Można też zachęcić uczniów (zadanie nieobowiązkowe) do zastanowienia się jak można, w terenie, wyznaczać odcinki wzajemnie równoległe i prostopadłe oraz nad strategią budowania czworokątów o możliwie największym polu. Jeśli któreś z zadań nieobowiązkowych zostanie wykonanych warto omówić je na początku kolejnych zajęć (zaplanować czas).

■ Propozycja dokumentacji przeprowadzenia doświadczenia przez uczniów

Schemat czworokąta wg wzoru - rysunek 1. Miejsca na obliczenia pól.

$P_1 =$

$P_2 =$

$P_{\Delta} =$

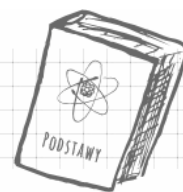
Tabela 1 – do wpisywania wyników pomiarów i obliczeń.

a(m)	b(m)	c(m)	d(m)	x(m)
a'(cm)	b'(cm)	c'(cm)	d'(cm)	x'(cm)
h1'(cm)	h2'(cm)	h1(m)	h2(mm)	
$P_1(m^2)$	$P_2(m^2)$	$P_{\Delta}(m^2)$		





## PODSTAWA PROGRAMOWA



■ Cele, które zostaną osiągnięte w wyniku przeprowadzenia doświadczenia przez nauczyciela i uczniów pod kierunkiem nauczyciela:

### a) wymagania ogólne – cele

- I Wykorzystanie i tworzenie informacji: uczeń interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
- II Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji: uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- V Rozumowanie i argumentacja: uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

### b) wymagania szczegółowe - treści nauczania

- 10 Figury płaskie: 9) uczeń oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów;
- 2 Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie): 3) uczeń dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne;
- z podstawy dla szkoły podstawowej – szczególnie istotne dla przedstawionego doświadczenia: zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego, zaokrągla ułamki dziesiętne, mierzy długość odcinka z dokładnością do 1 milimetra, konstruuje trójkąt o trzech danych bokach, stosuje jednostki pola, oblicza rzeczywistą długość odcinka, gdy dana jest jego długość w skali, oraz długość odcinka w skali, gdy dana jest jego rzeczywista długość.

## BIBLIOGRAFIA



Pomysł doświadczenia nie został zaczerpnięty z konkretnej literatury. Uczniowie pragnąc utrwalić wiedzę lub ją uzupełnić (pomysły na wyznaczenie - nie konstrukcyjne prostopadłych i równoległych) mogą wykorzystać odpowiedni podręcznik do nauki matematyki w gimnazjum traktujący o:





1. polu figury złożonej z części np. : Matematyka 1. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2009. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej,
2. twierdzeniu Pitagorasa np. Matematyka 2. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2010. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej,
3. twierdzeniu odwrotnym do twierdzenia Talesa np. Matematyka 3. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2011. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej.

Uwaga 1.: łatwiej dotrzeć do potrzebnych wiadomości wykorzystując wcześniejsze wydania, gdy twierdzenie Talesa było w podstawie programowej.

Uwaga 2.: istnieją inne, niż wskazane, praktyczne sposoby wyznaczania prostopadłych i równoległych w terenie - dostępne percepcji gimnazjalisty.

