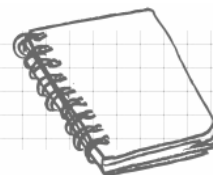




## *Obliczanie procentu danej liczby i liczby na podstawie jej procentu jako umiejętności kluczowe w pracy doradcy inwestycyjnego.*

### WIADOMOŚCI OGÓLNE



- Czas trwania zajęć: ok. 40 minut
- Kontekst w jakim wprowadzono doświadczenie:

Scenariusz stanowi propozycję gry dydaktycznej z zakresu obliczeń procentowych. Gra przeznaczona jest dla trojga uczniów i składa się z dwóch rund. Uczniowie wykorzystują umiejętności związane z wykonywaniem obliczeń procentowych: obliczanie procentu danej liczby, obliczanie liczby na podstawie jej procentu, liczenie procentu składanego, w kontekście prowadzenia porad inwestycyjnych - dla osób chcących ulokować pieniądze w akcjach o określonym oprocentowaniu. Dla każdej z 3 porad (identyczne w każdej z dwóch rund gry) konieczne jest określenie różnych zależności między zmiennymi: kwotą inwestowaną, kwotą uzyskaną z inwestycji i oprocentowaniem, które jest wypadkową wyboru akcji (różnie oprocentowanych) i terminu ich inwestowania (oprocentowanie jako procent składany). Odkrycie jak działa procent składany, w sensie matematyzacji określenia odsetek, może być przyczynkiem do stosowania strategii w rundach 3. i 6. Informacja zwrotna o poprawności doradztwa (wykonanych obliczeń) oraz sukcesu przyjętej strategii została zaplanowana jako komunikat generowany przez narzędzie stanowiące jednocześnie planszę gry - arkusz kalkulacyjny. Informacja ma skłonić do indywidualnej refleksji po to, by uczniowie niekoniecznie rywalizowali ze sobą, lecz by umieli określić swoje umiejętności i zaplanować rozwój. Plansza jest adaptowalna dla większej ilości graczy wykorzystującej ten sam arkusz oraz dla zaplanowania dodatkowych umiejętności, które mogą zostać wykorzystane podczas doradztwa podatkowego.



## ■ Potencjalne pytania badawcze:

Pytania problemowe zostały zawarte w planszy do gry i są równoznaczne z treścią porad udzielanych przez uczniów, więc są identyczne w poradach 1 i 4, 2 i 5, 3 i 6 – patrz plansza do gry.

1. Ile odsetek otrzymam, gdy ulokuję kwotę X w akcjach Y na okres Z?
2. Jaką kwotę należy ulokować w akcjach (Y), by po upływie (Z) lat odebrać kwotę (X)?
3. Jakie akcje (Y) zakupić i na ile lat ulokować (Z), by podwoić kwotę (X)?

## ■ Określenie wiedzy i umiejętności wymaganej u uczniów przed przystąpieniem do realizacji zajęć:

Umiejętność obliczania procentu danej liczby. Umiejętność obliczania liczby na podstawie jej procentu.

## ■ Cele osiągnięte z wykorzystaniem doświadczenia:

1. nauczyciela:
  - umożliwienie uczniom praktycznego wykorzystania umiejętności wykonywania obliczeń procentowych,
  - zastosowanie w operacjach finansowych pojęcia procentu składanego.
2. uczniów:
  - sprawdzenie czy posiadane umiejętności w zakresie wykonywania obliczeń procentowych stanowią kompetencję niezbędną do prowadzenia biura doradztwa inwestycyjnego,
  - praktyczne wykorzystanie umiejętności obliczania procentu danej liczby i liczby na podstawie jej procentu.

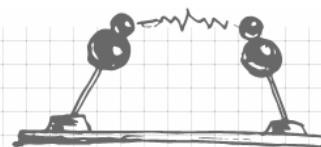
## ■ Pojęcia kluczowe:

- procenty,
- oprocentowanie,
- kapitalizacja odsetek.

## ■ Hipoteza sformułowana przez uczniów:

1. Typowym problemem, w którym uczniowie powinni postawić hipotezę badawczą, jest przedmiot porad 3. i 6., czyli: Jakie akcje (Y) kupić i na ile lat ulokować (Z), by podwoić kwotę (X)?.
2. Jak widać uczeń powinien tu określić dwa parametry - rodzaj kupowanych akcji (a w konsekwencji roczny procent kapitalizacji) oraz czas lokaty. Łączny wybór powinien pozwolić ulokować odebraną kwotę jak najbliżej dwukrotności zainwestowanej. Teoretycznie możliwe jest więc wybranie wszystkich możliwych kombinacji elementów zbiorów {10, 20, 30, 40} - procent i {1, 2, ..., 8} - liczba lat inwestowania.

## DOŚWIADCZENIE



## ■ Zmienne występujące w doświadczeniu:

### Porada 1 i 4

- zmienna niezależna: oprocentowanie będące wypadkową oprocentowania wybranych akcji i ilości rocznych okresów kapitalizacji,
- zmienna zależna: kwota odebrana wraz odsetkami,
- zmienna kontrolna: kwota inwestowana - ustalona przez współgraczy.

### Porada 2 i 5

- zmienna niezależna: kwota inwestowana - ustalona przez współgraczy, którą trzeba zainwestować,
- zmienna zależna: kwota odebrana wraz odsetkami,
- zmienna kontrolna: oprocentowanie będące wypadkową oprocentowania wybranych akcji i ilości rocznych okresów kapitalizacji.

### Porada 3 i 6

- zmienna niezależna: oprocentowanie będące wypadkową oprocentowania wybranych akcji i ilości rocznych okresów kapitalizacji,



- zmienna zależna: kwota odebrana wraz odsetkami (chcemy, by była jak najbliższa dwukrotności kwoty zainwestowanej),
- zmienna kontrolna: kwota inwestowana – ustalona indywidualnie.

## ■ Instrukcja wykonania doświadczenia:

### Zadanie A

1. Celem gry, do której przystępujesz, jest sprawdzenie, czy twoje umiejętności z zakresu obliczeń procentowych wystarczają do prowadzenia biura usług inwestycyjnych. W grze biorą udział trzy osoby korzystające z jednej planszy - arkusza kalkulacyjnego o nazwie „plansza gry”. W grze nie rywalizujesz ze współgraczami, a często wręcz współpracujesz z nimi np. określając inwestowane kwoty, typ kupowanych akcji i okres kapitalizacji (pierwsze dwie porady każdej rundy). Najbardziej indywidualne decyzje podejmujesz w rundach 3 i 6. Otrzymane informacje zwrotne służą Ci zawsze indywidualnie; możesz określić poziom gotowości do podjęcia pracy, w której wykorzystasz umiejętności zdobyte na matematyce. Grając w grę wielokrotnie (z różnymi partnerami) możesz te umiejętności doskonalić wybierając coraz inne kwoty, którymi będziesz operował przy zakupie i zbywaniu akcji.
2. Zapoznaj się dokładnie z instrukcjami na kolejnych arkuszach planszy w kolejności: „tabela\_lokat”, „tabela\_porad1”, „tabela\_porad2” i wykonuj je. Równie dokładnie przeczytaj i przemyśl treści poszczególnych porad. Informację zwrotną otrzymasz po wykonaniu zadań (porad dla klientów) przez wszystkich uczestników gry.
3. Na zakończenie zapoznaj się z rekomendacją wynikającą z ilości zdobytych punktów.

## ■ Podsumowania doświadczenia:

1. W trójkach, w których uczniowie grali, powinni zastanowić się jak najszybciej, za pomocą kalkulatora policzyć:





- Jaką kwotę odbiorą, gdy zainwestują na  $x$  lat przy danym oprocentowaniu?  
Dla przykładowej kwoty 5000 zł, kapitalizacji 10% w skali roku i 4 latach inwestycji obliczenia mogłyby wyglądać następująco  $1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 1,1 \cdot 5000$ .

(Przy użyciu najprostszego kalkulatora instrukcja obliczania: „ $1,1^* = * = * 5000 =$ ”.)

- Jaką kwotę zainwestowano, jeśli po  $x$  latach przy danym oprocentowaniu otrzymano  $y$  zł?  
Dla przykładowej kwoty  $y = 5856,4$  zł, otrzymanej wskutek 4-letniej kapitalizacji na 10% w stosunku rocznym, obliczenia mogłyby wyglądać następująco:  
 $5856,4 : 1,1 : 1,1 : 1,1 : 1,1$

(Przy użyciu najprostszego kalkulatora instrukcja obliczania: „ $1,1^* = * = 1/x = * 5000 =$ ”.)

Odpytując trójki co ustaliły, należy mieć na uwadze propozycję algorytmizacji zaproponowaną powyżej (dążyć do takiego podsumowania) i przećwiczyć ją na przykładach lub zaproponować do samodzielnego utrwalenia na pracę domową (zabawa z kalkulatorem lub pisanie formuł w arkuszu kalkulacyjnym lub obliczenia w zeszycie). Taka rekapitulacja kładzie szczególny nacisk na przyswojenie mechanizmu działania procentu składanego.

2. Jeśli wystarczy czasu, można spytać: Jakiego typu porad można jeszcze oczekiwać od doradcy finansowego i jakie inne umiejętności matematyczne, poza ćwiczonymi podczas gry, będą wymagane? To także może być przedmiotem pracy domowej - do wyboru.
3. Trzecim zadaniem do wyboru jest próba ustalenia jaka kwota wygrana w toto-lotku pozwoliłaby zostać im rentierem, który stale będzie otrzymywał realne 1000 zł przy kapitalizacji proponowanej aktualnie w najlepszym banku i aktualnej stopie inflacji.

## ■ Propozycja dokumentacji przeprowadzenia doświadczenia przez uczniów

Wyniki obliczeń uczniowie wpisują bezpośrednio w kolorowe pola planszy. Plansza może być mimo to wykorzystywana wielokrotnie, gdyż jest interaktywnym narzędziem edukacyjnym – plikiem arkusza kalkulacyjnego; w kolejnej rozgrywce wystarczy skasować wypełnione poprzednio pola. Ponadto dokumentację powinny stanowić obliczenia prowadzone przez uczniów. W zależności od stopnia zaawansowania nauczyciel może podjąć decyzję, czy uczniowie mogą je wykonywać przy pomocy kalkulatora, ale i w tym wypadku należy zadbać o to, by prowadzone obliczenia były rejestrowane.

Przykład:

Runda I

1. Wybraliśmy do zainwestowania kwotę: 8000 zł.
2. Wybraliśmy akcje platynowe o oprocentowaniu 40% w skali roku.
3. Zdecydowaliśmy się zainwestować je na okres 3 lat.

Moje obliczenia:

4. Po roku otrzymam:

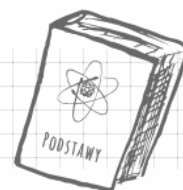
$$8000 + 40\% \text{ z } 8000 = 1 \cdot 8000 + \frac{40}{100} \cdot 8000 = \left(1 + \frac{40}{100}\right) \cdot 8000 = 1,4 \cdot 8000 = 11200 \text{ [zł]}$$

5. W drugim roku akcje warte są 11200 zł i taka kwota jest kapitalizowana:

$$1,4 \cdot 11200 \text{ zł} = 15680 \text{ zł}$$

6. W trzecim roku otrzymam:  $1,4 \cdot 15680 \text{ zł} = 21952 \text{ zł}$  z dokładnością do pełnego złotego.

## PODSTAWA PROGRAMOWA



- Cele, które zostaną osiągnięte w wyniku przeprowadzenia doświadczenia przez nauczyciela i uczniów pod kierunkiem nauczyciela:

a) wymagania ogólne – cele

- II Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji: uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.
- III Modelowanie matematyczne: uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.
- IV Użycie i tworzenie strategii: uczeń stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię.
- V Rozumowanie i argumentacja: uczeń prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.



### b) wymagania szczegółowe - treści nauczania

- 5 Procenty: 2) uczeń oblicza procent danej liczby; 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu; 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.

## BIBLIOGRAFIA



Podstawowe informacje dotyczące wskazanych pojęć i sposobów wykonywania obliczeń procentowych uczniowie znajdą w podręcznikach do matematyki np.:

1. Matematyka 1. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2009. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej.
2. Matematyka 3. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2011. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej.

