



Karta pracy do doświadczeń

UWAGA: Pola z poleceniami zapisanymi niebieską czcionką i ramkami z przerywaną linią – wypełniają uczniowie uczestniczący w zajęciach.

A. Temat – w formie pytania badawczego lub problemowego, na które ma dać odpowiedź doświadczenie

Konstrukcja odcinków niewymiernych z wykorzystaniem Twierdzenia Pitagorasa. Jak można konstruować odcinki o długości wyrażonej liczbą niewymierną (postaci \sqrt{n} , gdzie n jest liczbą naturalną, ale nie jest kwadratem innej liczby naturalnej), mając do dyspozycji wyłącznie odcinki o długościach wymiernych?

B. Podstawowe pojęcia

- odcinki o długościach niewymiernych,
- twierdzenie Pitagorasa,
- symetralna odcinka.

C. Hipoteza – Odpowiedź na pytanie badawcze

D. Opis doświadczenia

Celem doświadczenia jest sprawdzenie – zweryfikowanie poprawności twojej odpowiedzi na pytanie badawcze lub problemowe.

D.1. Instrukcja do doświadczenia (podkreśl materiały i przyrządy, nie zapomnij o BHP)

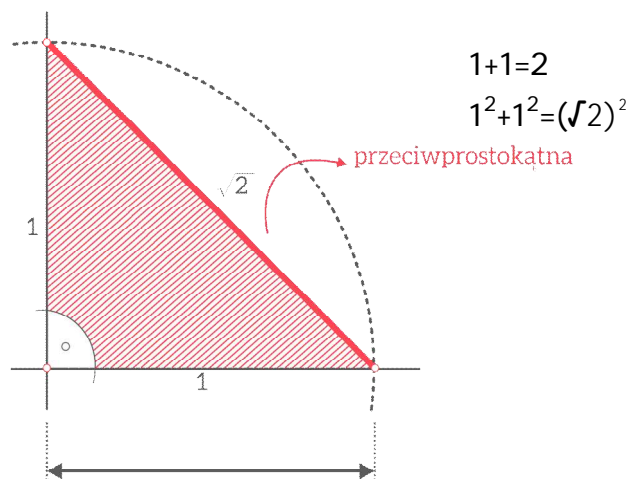
Instrukcja:

W przypadku wykonywania konstrukcji na komputerze uczniowie mogą cały czas pracować w parach.

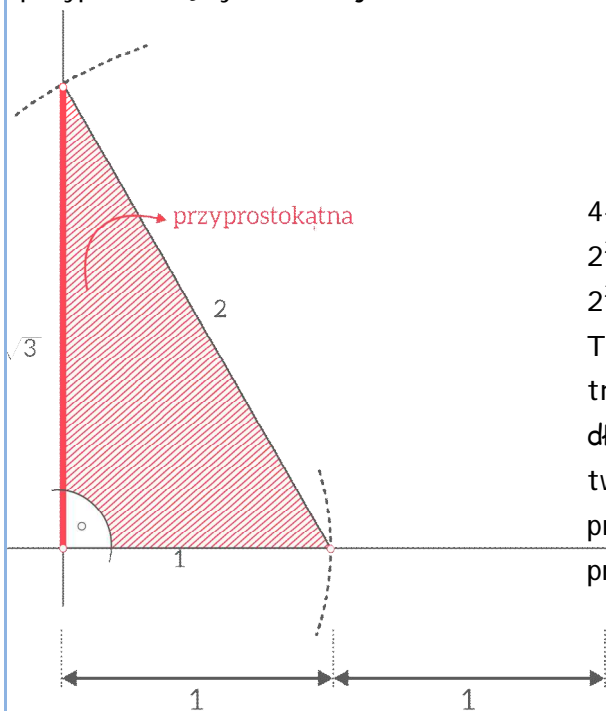


Zadanie A:

1. Zapoznajcie się ze sposobem konstrukcji odcinków o długościach niewymiernych $\sqrt{2}$ oraz $\sqrt{3}$. Przedyskutujcie w parach jak należy wykonać każdą z konstrukcji.



Ten odcinek skonstruowano jako przeciwprostokątną trójkąta prostokątnego o dwóch przyprostokątnych długości 1, bo wg twierdzenia Pitagorasa suma kwadratów długości przyprostokątnych równa jest kwadratowi długości przeciwprostokątnej.



Ten odcinek skonstruowano jako przyprostokątną trójkąta prostokątnego o drugiej przyprostokątnej długości 1 i przeciwprostokątnej długości 2, bo wg twierdzenia Pitagorasa suma kwadratów długości przyprostokątnych równa jest kwadratowi długości przeciwprostokątnej.

2. Przeczytajcie pytanie badawcze/problemowe. Postawcie indywidualnie swoją hipotezę i zapiszcie ją wraz z pytaniem badawczym/problemowym.



3. Wykonajcie teraz konstrukcję odcinka o długości $\sqrt{5}$ jako przyprostokątną lub przeciwprostokątną wykorzystując jedną z poniżej przedstawionych możliwości:

$$1+4=5$$

$$1^2+2^2=(\sqrt{5})^2$$

lub

$$9-4=5$$

$$3^2-2^2=(\sqrt{5})^2$$

$$3^2=(\sqrt{5})^2+2^2$$

Konstrukcję możecie także wykonać na komputerze.

4. W zespołach czteroosobowych spróbujcie znaleźć sposób na skonstruowanie odcinka o długości $\sqrt{6}$ z wykorzystaniem Twierdzenia Pitagorasa. (Podpowiedź: spróbujcie zapisać liczbę 6 jako sumę kwadratów, lub różnicę kwadratów dwóch liczb wymiernych). Po trzech minutach przedstawicie rezultat waszej pracy.

Czy każdy odcinek o długości wyrażonej liczbą niewymierną można skonstruować w sposób przedstawiony w instrukcji?

5. Sformułujcie kolejną hipotezę nr 2. Zapiszcie pytanie badawcze/problemowe i hipotezę nr 2.

6. Nie zawsze jest łatwo wymyślić jak liczbę „nie kwadratową” przedstawić w postaci sumy lub różnicy kwadratów dwóch innych liczb naturalnych. Czasem się tego po prostu nie da zrobić. Czy zatem matematyka jest wobec takich liczb „bezsilna”?

Zapoznajcie się z wynikiem badań Basi, która wymyśliła „sposób” na $\sqrt{6}$.

OPIS POMYSŁU BASI

Po długich, bezskutecznych poszukiwaniach sposobu na skonstruowanie odcinka $\sqrt{6}$ odkryłam, że bez trudu umiem skonstruować odcinek dwa razy dłuższy. Wystarczy później podzielić ten odcinek na połowę:

$$2 \cdot \sqrt{6} = \sqrt{2^2 \cdot 6} = \sqrt{2^2 \cdot 6} = \sqrt{4 \cdot 6} = \sqrt{24}$$

$$24 = 25 - 1$$

$$24 + 1 = 25$$

$$(\sqrt{24})^2 + 1^2 = 5^2$$

Wniosek Basi:

Odcinek o niewymiernej długości $\sqrt{24}$ powstanie jako przyprostokątna, gdy druga przyprostokątna ma długość 1, a przeciwprostokątna ma długość 5. Odcinek o długości $\sqrt{6}$ otrzymamy dzieląc $\sqrt{24}$ na połowę (symetralną).

7. Wykonanie w parach konstrukcji wg pomysłu Basi odcinka o długości $\sqrt{11}$.





D.2. Zmienne występujące w doświadczeniu

1. Jaką zmienną/wielkość będziemy zmieniać? (zmienna niezależna):

- niewymierna długości odcinka - boku trójkąta prostokątnego,

2. Jaką zmienną/wielkość będziemy mierzyć – obserwować? (zmienna zależna):

- długości pozostałych dwóch boków pozwalających taki odcinek uzyskać,

3. Czego w naszym eksperymencie nie będziemy zmieniać? (zmienne kontrolne):

- sposób obliczenia długości boku trzeciego – uzasadniający sposób konstrukcji (w oparciu o twierdzenie Pitagorasa).

Nie zawsze wypełniamy wszystkie **trzy** punkty; np. w niektórych obserwacjach punkt 1. może być pominięty.

D.3. Odnośniki literaturowe

1. Matematyka 2. Podręcznik dla gimnazjum. Wydanie 2010. Praca zbiorowa pod redakcją M. Dobrowolskiej.

2. Informację o historii odkryć liczb niewymiernych znaleźć można np. w Wikipedii:

http://pl.wikipedia.org/wiki/Liczby_niewymierne

3. „Śladami Pitagorasa” – Szczepana Jeleńskiego, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych 1961, lub nowsze WSiP, Warszawa 1974.

D.4. Uczniowska dokumentacja doświadczenia (wyniki pomiarów, tabelki, rysunki, obliczenia)



E. Wnioski z doświadczenia

Czy wyniki doświadczenia są zgodne z hipotezą?

TAK

NIE

Wypowiedź uzasadnij.



F. Podsumowanie

Nauczyłam / Nauczyłem się, że:

Wybierz, co najmniej jedno ze zdań i dokończ je:

1. Zaciekało mnie

.....

2. Udało mi się

.....

3. Chciałabym/ Chciałbym wiedzieć więcej

.....

4. Zauważyłam/ Zauważyłem również

.....

G. Praca domowa

Skonstruować do wyboru odcinek o długości $\sqrt{7}$ lub $\sqrt{54}$.

Dodatkowe komentarze dla osób pragnących skorzystać z waszego pomysłu na doświadczenie.

